

2

Exercice 1 (11 pts)

Soit f fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{3}{2}$.

1) a) Vérifier que $f(x) = -\frac{1}{2}(x-1)^2 + 2$.

b) Tracer \mathcal{C}_f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . (On précisera sa nature).

2) Soit \mathcal{D} la droite d'équation $y = -x + \frac{3}{2}$.

a) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de \mathcal{C}_f et \mathcal{D} .

b) Tracer alors \mathcal{D} puis résoudre graphiquement : $-\frac{1}{2}x^2 + x < -x$.

3) Soit h la fonction paire définie sur \mathbb{R} par
$$\begin{cases} h(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{3}{2} & \text{si } x \in [0, 4] \\ h(x) = -x + \frac{3}{2} & \text{si } x \in [4, +\infty[\end{cases}$$

a) Tracer \mathcal{C}_h dans le même repère en expliquant.

b) Déduire le tableau de variation de h .

c) Pour quelles valeurs du réel m , l'équation $h(x) = m$, admet-elle quatre solutions ?

Exercice 2 : (9 pts)

Soit (O, \vec{i}, \vec{j}) un repère orthonormé de P .

1) a) Donner une équation cartésienne du cercle \mathcal{C} de centre $I(-1, 2)$ et de rayon $\sqrt{10}$.

b) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de \mathcal{C} avec l'axe des ordonnées.

2) Soit $\Delta : 3x + y - 9 = 0$

a) Calculer $d(I, \Delta)$. En déduire la position relative de Δ et \mathcal{C} .

b) Trouver les coordonnées du point d'intersection de Δ et \mathcal{C} .

3) Soit B le point de Δ d'abscisse 3, donner une équation cartésienne de la droite \mathcal{D} médiatrice de $[BI]$.

4) Soit $\mathcal{D}' : y = \frac{1}{2}x - 1$

a) Montrer que \mathcal{D} est perpendiculaire à \mathcal{D}' .

b) Montrer que \mathcal{D}' et \mathcal{C} sont sécants et calculer les coordonnées des points d'intersection.